

CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS: EQUAÇÕES REDUZIDAS DAS HIPÉRBOLES NO PLANO CARTESIANO USANDO PAPEL, CANETA E O SOFTWARE EDUCACIONAL GEOGEBRA

CONSTRUCTION OF GRAPHICS: REDUCED EQUATIONS OF HYPERBOLA IN THE CARTESIAN PLANE USING PAPER, PEN AND GEOGEBRA EDUCATIONAL SOFTWARE

César Augusto Silva Castro^{1*}, Gabriel Cotrim Fernandes², Djalma Meira Gomes Junior³

^{1*}Autor para correspondência. Licenciando em Química. Instituto Federal Baiano, Campus Guanambi. E-mail: cesaraugustospdi@gmail.com;

² Licenciando em Química. Instituto Federal Baiano, Campus Guanambi. E-mail: cotrimgabriel4@gmail.com;

³ Mestre em Matemática. Instituto Federal Baiano, Campus Guanambi. E-mail: djalma.gomes@ifbaiano.edu.br.

RESUMO: Neste estudo dedicado as hipérbolas, baseado em explicações e conceitos da disciplina Geometria Analítica e Cálculo Vetorial-GACV, ofertada pelo curso de Licenciatura em Química do Instituto Federal Baiano - campus Guanambi, conseguimos construir geometricamente suas equações reduzidas nos planos cartesianos. Para isso, tivemos que fazer investigações minuciosas sobre a definição, elementos e as assíntotas. Exploramos a natureza das assíntotas, que são linhas às quais a hipérbole se aproxima infinitamente, mas nunca se tocam, estudando suas relações com os coeficientes das suas equações e como a orientação da curva é afetada por esses fatores. Além disso, utilizamos o GeoGebra para permitir a análise, compreensão e aprofundamento dos conceitos geométricos.

Palavras-chave: Assíntotas. Equação Reduzida. GeoGebra. Hipérbolas.

ABSTRACT: In this study dedicated to hyperbolas, based on explanations and concepts from the Analytical Geometry and Vector Calculus-GACV discipline, offered by the Chemistry Degree course at the Federal Institute Baiano - campus Guanambi, we were able to geometrically construct its reduced equations in Cartesian planes. To do this, we had to carry out detailed investigations into the definition, elements and asymptotes. We explore the nature of asymptotes, which are lines that the hyperbola approaches infinitely but never touch, studying their relationships with the coefficients of their equations and how the orientation of the curve is affected by these factors. Furthermore, we use GeoGebra to allow the analysis, understanding and deepening of geometric concepts.

Keywords: Asymptotes. GeoGebra. Hyperbolas. Reduced Equation.

INTRODUÇÃO

As hipérbolas constituem formas matemáticas fascinantes, com uma variedade de aplicações no mundo real. Estas variáveis consistem em duas

curvas simétricas, cada uma se afastando de um centro. Stewart (2010, p. 609) define as hipérbolas por “o conjunto de todos os pontos em um plano cuja diferença entre as distâncias a dois pontos fixos F_1 e F_2 (os focos) é uma constante”. Este princípio fundamental as distingue de outras curvas cônicas não degeneradas.

Matematicamente, as equações reduzidas das hipérbolas representam-se algebricamente pelas equações 1 e 2.

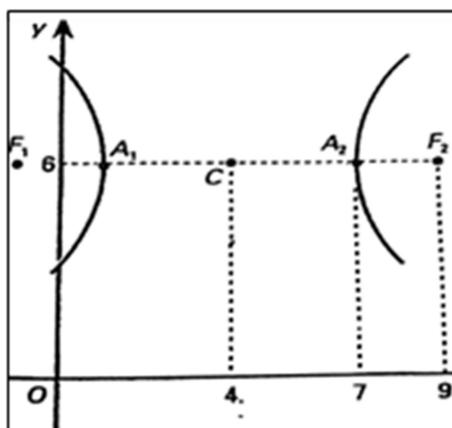
$$\text{Equação 1} \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{Equação 2} \quad \frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$$

Nessas equações, $C(x_0, y_0)$ compreende o centro, a representa a medida do semieixo real, b , a medida do semieixo imaginário, e c constitui a semi-distância focal que se obtém, por meio da equação $c^2 = a^2 + b^2$.

A representação geométrica das equações reduzidas das hipérbolas segue um padrão definido, ou seja, caso o eixo real seja paralelo ao eixo das abscissas, então sua equação é representada pelas Figuras 1 e 2, caso o eixo real seja paralelo ao eixo das ordenadas, então sua equação é representada pelas Figuras 3 e 4. As representações gráficas das equações reduzidas são dadas por: e $F_2 = (6,2)$ e ponto $D = (5,6)$ da hipérbole.

Figura 1. Equação reduzida da hipérbole quando o eixo real é paralelo ao eixo das abscissas.



Fonte: Paiva (1995).

Figura 2. Gráfico da hipérbole no software GeoGebra com os pontos de

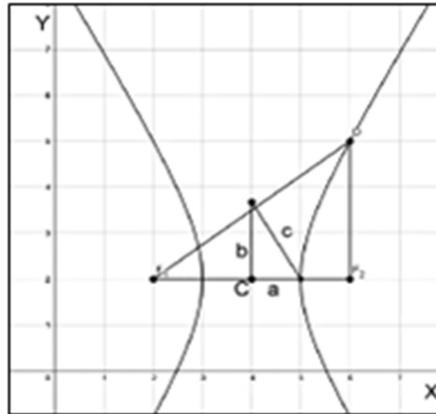


MÚLTIPLOS OLHARES À FORMAÇÃO DOCENTE NA CONTEMPORANEIDADE

Seminários do Pibid & PRP

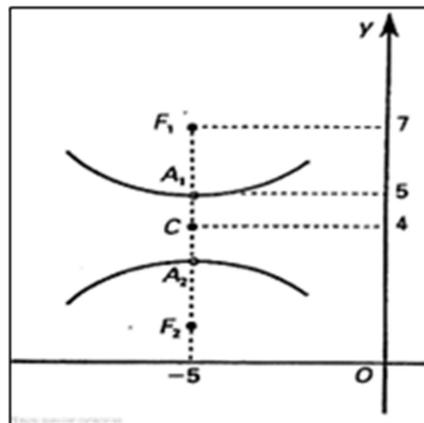


focos $F_1 = (2,2)$.



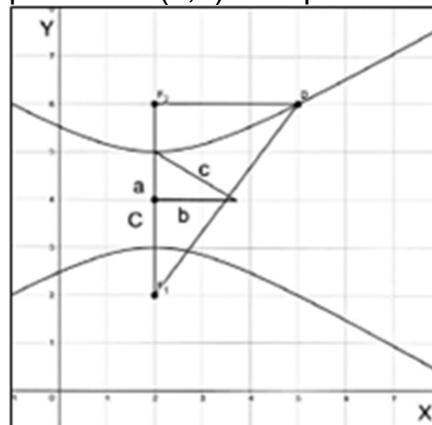
Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Figura 3. Equação reduzida da hipérbole quando o eixo real é paralelo ao eixo das ordenadas.



Fonte: Paiva (1995).

Figura 4. Gráfico da hipérbole no software GeoGebra com os pontos de focos $F_1 = (2,2)$ e $F_2 = (2,6)$ e ponto $D = (6,5)$ da hipérbole.



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).



E suas equações reduzidas e os valores respectivos de (a), (b) e (c) foram representados algebricamente pela tabela 1.

Tabela 1. Valores de a, b, c e a equação reduzida da hipérbole

	Valor de (a)	Valor de (b)	Valor de (c)	Equação reduzida
Figura 1	3	4	5	$\frac{(x-4)^2}{9} - \frac{(y-6)^2}{16} = 1$
Figura 2	1	$\sqrt{3}$	2	$\frac{(x-4)^2}{1} - \frac{(y-2)^2}{3} = 1$
Figura 3	1	$\sqrt{3}$	3	$\frac{(y-4)^2}{1} - \frac{(x-2)^2}{3} = 1$
Figura 4	1	$\sqrt{8}$	2	$\frac{(y-4)^2}{1} - \frac{(x+5)^2}{8} = 1$

Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

As assíntotas das hipérboles reduzidas são dadas pelas equações 3 e 4, afins.

Equação 3 $y - y_0 = h(x - x_0)$ ou

Equação 4 $y - y_0 = k(x - x_0)$

Essas retas delimitam as hipérboles sem nunca as tocar. Esta característica geométrica singular das hipérboles as torna diferentes das outras cônicas. O ponto (x_0, y_0) representa o centro, $h = \pm \frac{a}{b}$ e $k = \pm \frac{b}{a}$ são os coeficientes angulares.

Se o eixo real da hipérbole for paralelo ao eixo das abscissas, temos h como coeficiente angular, se o eixo real for paralelo ao eixo das ordenadas, temos k como coeficiente angular (Paiva, 1995).

Desse modo, ressalta-se a simplicidade do manuseio do referido *software* educacional GeoGebra, embora possua muitos recursos com muitos benefícios didáticos para o professor e para o aprendizado dos alunos. Com suas ferramentas, consegue-se desenhar figuras e movimentá-las, ampliá-las e reduzi-las, e, estas modificações permitem uma maior análise e compreensão do assunto ministrado em sala de aula.

METODOLOGIA



MÚLTIPLOS OLHARES À FORMAÇÃO DOCENTE NA CONTEMPORANEIDADE

Seminários do Pibid & PRP



A abordagem adotada para o estudo das hipérbolas fundamentou-se em conhecimentos adquiridos durante aulas de GACV. Além disso, revisaram-se livros didáticos sobre o tema. Desse modo, neste trabalho objetivo buscou-se mostrar, de maneira didática, a construção no Plano Cartesiano das Equações Reduzidas, com uso do papel, caneta e do *software* educacional GeoGebra.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

É esperado que, com essa apresentação sobre hipérbolas, fundamentada nos estudos da disciplina GACV, proporcione uma compreensão significativa sobre a natureza dessa curva, além de despertar o interesse no aprendizado por parte dos discentes. Isso lhes permite aprender os benefícios que a disciplina traz, cada vez mais e de forma divertida.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo alcançou nível elucidativo considerável ao conseguir transmitir as informações, com clareza e de modo compreensível sobre a construção das equações reduzidas das hipérbolas, mediante os usos de papel, de caneta e do *software* educacional GeoGebra. Tais elementos possibilitaram a exposição de um estudo futuro mais detalhado e aprofundado, ou seja, em situações em que o eixo real não for paralelo aos eixos coordenados.

REFERÊNCIAS

PAIVA, M. **Matemática**. 3 ed. São Paulo: Moderna, 1995.

STEWART, S. **Cálculo**. 7 ed. Vol. 2. São Paulo: Cengage, 2010.

